Analyse et Équations aux Dérivées Partielles

Thomas Alazard

Thomas Alazard
CNRS et École Normale Supérieure de Paris-Saclay
http://talazard.perso.math.cnrs.fr/

Préface

Ce livre propose une **introduction** aux domaines de l'Analyse mathématique qui sont liés à l'étude des **équations aux dérivées partielles**. Il commence par trois parties portant sur l'**analyse fonctionnelle**, l'**analyse harmonique** et l'**analyse microlocale**. La dernière partie de ce livre, plus difficile, concerne la théorie moderne des **équations aux dérivées partielles**. Il s'agit d'un domaine très vaste et j'ai choisi de donner des démonstrations complètes d'une sélection de théorèmes majeurs. Nous étudierons la résolution du problème de Calderón, le théorème de propagation des singularités d'Hörmander, le grand théorème de De Giorgi et une inégalité de Strichartz–Bourgain. Nous étudierons également les équations aux dérivées partielles elliptiques, hyperboliques ou dispersives. Les problèmes donnés dans la dernière partie complètent cette présentation et proposent de démontrer de nombreux résultats célèbres (théorème de Nash pour les équations paraboliques, condition d'Hörmander sur les sommes de carrés de champs de vecteurs, construction des mesures microlocales de défaut de Gérard et Tartar...).

J'ai essayé de proposer un enseignement exigeant mais accessible à un(e) étudiant(e) de Master motivé(e) (niveau M1 pour l'Analyse fonctionnelle et l'Analyse harmonique, et niveau M2 pour l'Analyse microlocale et la théorie des équations aux dérivées partielles).

Au niveau pédagogique, la principale originalité de ce livre est qu'il correspond fidèlement à un enseignement donné devant des étudiants. Ces notes n'ont pas été pensées comme un complément du cours. Au contraire, elles retranscrivent mot pour mot ce qui a été *écrit au tableau* lors de plusieurs cours différents, à l'ENS Paris et à l'ENS Cachan, pour un volume horaire total d'à peu près 100 heures de cours. Absolument toutes les démonstrations qui figurent dans ce livre ont été écrites au tableau *in extenso*. Ces démonstrations ont été choisies en partie pour leurs vertus pédagogiques, en essayant de faire intervenir des notions présentées dans d'autres chapitres par exemple. Certaines redondances sont voulues, car je pense qu'elles peuvent aider les étudiants.

Remerciements. Je remercie très chaleureusement Cécile Huneau, Irène Waldspurger et Isabelle Tristani, qui ont donné des Travaux Dirigés sur la partie EDP de ce cours, Arthur Leclaire, Ayman Rimah et Rémi Tesson qui ont donné des Travaux Dirigés sur la partie Analyse Fonctionnelle.

Table des matières